

數學咖啡館-互助共好的教學實踐

彭甫堅 台中市立中港高級中學

壹、前言

意識到「沒有一個學生是應該被放棄的」，所以想翻轉大多數數學老師們菁英教學的傳統想法，讓師生關係變成夥伴關係，並建立以助人代替超越，以合作代替競爭，以團隊代替菁英的學習氛圍，希望高中教育現場能多些合作，能讓程度較好的學生透過金幣網路打怪的設計，能多幫忙其他同學，也讓學生的多元智能透過我們建立的舞台，能提高他們的能見度，讓他們在數學咖啡館的舞台發光發熱，盡情展現自己。

互助共好的教學實踐，無償的奉茶、助人的割稻精神、每個人都要教學(助人)和被教(互助)的早期台灣農村的互助氛圍，早就深植在台灣每一個人的基因之中，將台灣草根的力量、傳統美德，實現在台灣教育現場，集合大家的力量，然後遍地開花，各自美麗。目前已有多位多年教學經驗的高中老師熱情參與咖啡館教學(目前已有多位老師成功實踐了**數學咖啡館(數學咖啡館)**教學均已發表課堂紀錄於學思達教學社群(facebook)

<https://www.facebook.com/groups/780188175346334/permalink/830423716989446/>

1. 台中補教業高中數學劉耀凱老師
2. 彰化女中數學科黃俊銘老師
3. 南投名間國中理化科辜炯漢老師
4. 台中致用高中高職數學科張譯芸老師
5. 國立台東高中數學科吳姿瑩老師
6. 國立台東高中化學科羅勝吉老師(化學咖啡館)
7. 高雄仁武高中音樂科石佩蓉老師
8. 彰化二林高中英文科許藍尹老師(文法複習咖啡館)
9. 台中女中生物科薛靜瑩老師(生物咖啡館)
10. 台中女中數學科蘇老師(台中女中數學特色課程)
11. 竹北六家國小 603 涂淑玲老師
12. 大陸華東台商子女學校高中數學嚴天龍老師
13. 台南善化高中數學科謝宗霖老師
14. 台北市中山女高數學科李昌澤老師
15. 雲林斗六鎮東國小蔡志豪老師
16. 創立兩個月數學咖啡館社團人數來超過千人

我們一起定期聚會共同備課，有興趣高中數學老師共同為彼此的學生，一起型塑台灣傳統互助割稻高中數學團隊，以後誰需要幫忙，我們就出發割稻，就像在台灣農村，全村一起幫忙割稻的時候，孩子(學生)會看到一起去幫忙割稻的大人(老師)，他們無私的身影和典範，一起以助人代替超越，以合作共好代替競爭卓越，

以團隊割稻代替單打獨鬥，團隊教學、互助共好。

貳、數學咖啡館班級氛圍

(同理互助、正面思考，勇氣滿滿、良善循環)



良善循環『51支叭嘍』

(同理心、良善循環，互助割稻氛圍) 班級經營

今天中午，我一如往常的到學校附近的飯館解決半天下來的飢餓。差不多的時間，差不多的天氣，一切都與平時沒什麼差別。

但今天，我在飯館裡遇見了一位讓我印象深刻的先生。

那是一位賣冰淇淋(叭嘍)的老伯，上了些年紀，黑黑的皮膚，還有點輕微的駝背。從他的外貌看來，家裡的經濟狀況應該不是很富裕。

只見他點了一碗25元的魯肉飯後，在口袋裡掏了掏，掏出的零錢確恰恰少了5元。他看了看手中的20元，再抬頭尷尬的看了看老闆。

老闆親切的跟他說：「這餐我請你吃啦！」說完就開始裝飯。

一聽到老闆這樣說，他慌慌張張的對老闆說：「不行不行，我改天一定把錢拿來還！」推拒了老闆的好意。

待老闆將老伯的魯肉飯端出來時，我感動了。

只見那一碗滷肉飯除了平時的魯汁外，還放上了滷蛋、青菜、豆乾等滿滿的配菜。我想那一大碗絕對不只25元，不管是它的實質價格，或是老闆對這位老伯的心意。

我想為他做些能力所及的事。於是我跟他約12點50分時到學校警衛室等候，

我想跟他買叭嘍。

回班上後，我用嚴肅的表情，在我所帶的班級門口宣布：「12點50分準時到警衛室集合。」

或許是我的口氣太認真的關係，同學們的表情都很緊張。

當他們繃著臉到達警衛室時，卻看到我愉快的表情，我很高興的對同學說：「老師請大家吃叭嘍！」

班上同學和辦公室的同時加起來，我們總共買了51支叭嘍，賣叭嘍的老伯非常興奮，黑黑的臉上，還泛起了淡淡的紅霞。

他開心的對我說：「老師，真是謝謝你！這是這四、五年來最大攤的生意！老師，真的非常謝謝你耶！」說完，還送我一支十分巨大的冰淇淋。

回到教室後，班上的學生大聲的向我說：「謝謝老師！」

「我才要謝謝你們！」接著我把叭嘍老伯的故事講給大家聽，謝謝同學們和我一起完成了這件事，要不是你們，我想這麼多的叭嘍，我也不可能吃完阿！

我真得很感謝各位和我一起完成這件事的人，各位幫我做了件很有意義的事。

<https://www.youtube.com/watch?v=nwAYpLVyeFU>

參、數學咖啡館流程(詳見附件一)



肆、數學咖啡館和傳統講述法的差異

【表 傳統教學與數學咖啡館教學法的比較】

	講述教學法	數學咖啡館
教學設計	目標→達成→評價	講述基礎觀念→分配任務→組內教學→學生自製教學影片→FB 互動→團隊教學→驗收、統整觀念→心智圖→分組報告
教學法	講述法	講述法→師徒制→小組內探究、合作、表達→組際間彼此合作、表達→組內討論找出鷹架、脈絡→表達
角色	教師是教學者	每個學生同時擔任教學者和被教者
語言流動	教師與個別孩子	小組成員、教師與小組、教師與個別孩子
學生學習來源	單向接受灌輸	灌輸、探究、合作、表達
觀課形式	教師教學觀摩	教師教學觀摩與學生學習成效
評量	紙筆測驗	紙筆測驗與小組合作成績取較高者

伍、推廣與展望

一、省思與展望

數學咖啡館使用手冊

歸納「數學咖啡館」特色的教學設計骨架：

(一) 在舊有學習經驗的引入部分：

(1) 透過在微翻轉(小咖啡館)班級經營已形成互助利他的合作氛圍，來互補學生彼此在高中數學學習、思考、表達的差異現象

(2)(任務一)盡量結合上一章節的觀念，以利銜接目前授課內容

(二) 數學咖啡館教學活動注意事項：

- (1) 依據學生個別差異座異質性分組，找出樂於分享與助人的學生當組長
- (2) 教師須透過數學教師社群共同備課來討論出該單元的核心概念
- (3) 大部分的上課時間學生都不動桌椅，教師執行傳統講述搭配微翻轉(小咖啡館)，以一次段考時程計算，只有團隊教學(約 1~2 節)需要搬動桌椅，做活動較大的大咖啡館教學法。
- (4) 初次使用咖啡館教學法的教師，第一次段考前**請不要**用大咖啡館教學法，建議使用小咖啡館教學法，每講完一個觀念和例題，就要丟一個問題讓學生思考表達，一直不斷訓練學生表達能力
- (5) 一到兩個月後，至少第一次段考後，學生表達力和互助氛圍到位，除了第一次段考前的教學法之外，再加上訓練學生收斂小範圍心智圖(約一到兩個觀念)，並上台表達小範圍知識點。
- (6) 第二次段考後，除了執行上述(4)+(5)外，教師在執行小咖啡館佈題時，可以訓練學生拼圖，將兩三個小範圍心智圖，拼圖成較大範圍心智圖(三張小範圍心智圖，每個心智圖兩個觀念，共六個觀念)
- (7) 任何教學活動一定要訓練學生回想剛剛做了什麼?這些過程可否用要點說明?
- (8) 透過師徒制讓各組從 0 人會教到 1 人會教
- (9) 組內教學時需敏查學生個別差異，給予適當的協助，畢竟一組只需搞懂一個任務，如果能指導數學程度差的學生，能夠教學，那其他同學更想加把勁搞懂任務
- (10) 團隊教學時，教師或組員必須去護航表達能力較差的同學，畢竟表達能力的訓練要慢慢來，千萬不要急躁
- (11) 學生一定要先經過微翻轉(小咖啡館)，訓練學生思考表達力並共同營造出農村割稻的互助班級氛圍。尤其在社區高中，學生各種能力差異大，如果班上沒能營造出這種氛圍，數學咖啡館將會導致悲劇產生。

二、互助共好教學團隊

臉書(facebook)數學咖啡館社團成立兩個月老師非常熱情，其中令人振奮的

1. 在 2015/02/16 周一下午在竹東高中將有來自台北，新竹，台中，台南，上海至少五個地區的高中數學老師，一起共同備課，會後將會討論出高中數學定期聚會的模式與時間
2. 如果大家可以串聯共同備課，交集出國中數學的教學地圖，流程，與基本核心能力，老師在有共識的條件下教學，共同分享，學生也會因此而受益，數學教學再也不是因為老師之間因為平均分數的比較，彼此競爭，反之老師們以合作代替競爭，共作共好，學生們也因為老師們互助割稻的身影，教學團隊的美好進而影響到教室內美好的氛圍

3. 中部地區國高中數學共同備課

一、日期:104 學期周一下午 13:30~15:30(共備前會在 fb 數學咖啡館社團發文)

二、研習活動時程表:

13:20-13:30 在中港高中物理實驗室候駕,

(老師請記得和我們警衛先生問高中部四樓物理實驗室在哪?)

13:30-13:40 準備時間

13:40-13:50 數學咖啡館—教學地圖的製作暨共同備課流程說明

14:00-15:30 教學地圖製作

三、備課地點

台中市立中港高級中學高中部四樓物理實驗室

四、備課範圍: 國中或高中數學課本, 與會者請準備課本

注意事項

1. 教師自主共同備課

2. 沒有提供飲水, 點心, 茶包, 咖啡包, 只有提供一顆熱情分享的心

3. 沒有研習時數

4. 沒有長官開場

5. 報名只要在 po 文處留言, 僅限 25 位國高中數學老師報名

6. 沒有講師鐘點費, 沒有經費, 簡陋處請多包涵

*7. 帶數學課本(任何版本均可)和文具(含鉛筆)

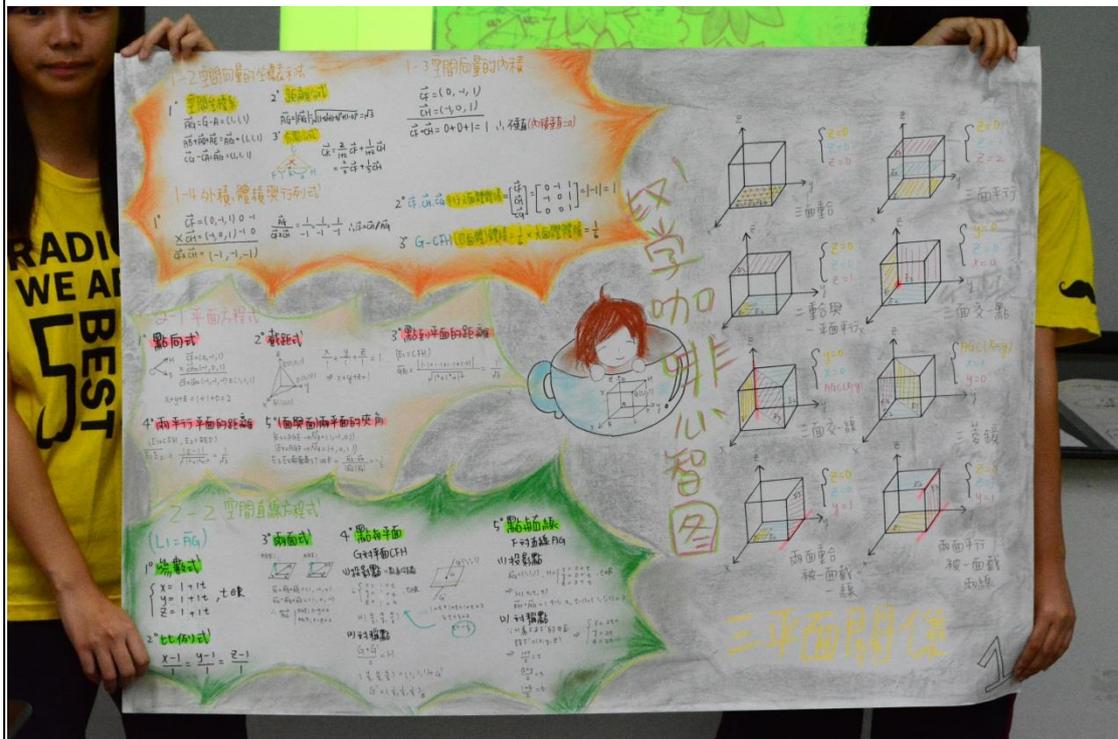
(附件一) 數學咖啡館教案

本教學設計，是以「空間中的平面與直線」單元為設計主題，教學設計如下：

課程班級	課程實施日期時間	2014/3/27~2014/5/4 約五周
505 班		

課程目標

考前複習的是自己拍的教學影片，自己畫的心智圖，重點都是自己產出的還怕考不好嗎？



教學活動步驟

一、小組分組設計：

講桌

|A C| |B B| |C A|

二、先備條件：

(1)透過在微翻轉(小咖啡館)班級經營已形成互助利他的合作氛圍，來互補學生彼此在高中數學學習、思考、表達的差異現象

(2)(任務一)盡量結合上一章節的觀念，以利銜接目前授課內容

(3)學生已學習過空間向量的基本觀念，並且能利用所學知識解決空間幾何的應用問題。

(4)老師要先找出本單元脈絡後製作教學地圖、教學流程。

三、教學流程：

咖啡館實作步驟

思達達(Start)

第一步驟、老師前置作業

- 1、 將過去幫學生作的考前重點整理做成知識樹
- 2、 將樹上的知識點列出
- 3、 列出知識點順序，規劃上課流程
- 4、 自編上課講義從一個知識點(觀念)，一個例題，一個練習，

一塊空白區域(讓學生收斂觀念用)

- 5、 兩到三個相關觀念設計一個統整題，兩塊空白區域(一塊讓學生收斂兩到三個觀念用，一塊收斂這些觀念的小張心智圖，小張心智圖作為考前拼圖大範圍心智圖使用)
- 6、 透過教師共同備課討論教學地圖與流程

第二步驟、小咖啡館來建構基本知識(兩人一組微翻轉)

1. 傳統講述知識點
2. 老師示範例題
3. 丟一練習題兩人小組左右討論(思)
4. 學生上台表達(達)
5. 學生收斂觀念(達)
6. 如此進行幾個知識點後，老師示範含多個觀念的統整例題，再讓學生將這些觀念繪製成小張心智圖
7. 這小張心智圖，將成為引導學生自製段考前重點整理的其中一塊拼圖

第三步驟、大咖啡館

一、組內共解(思)

步驟一、異質分組

步驟二、報數、執掌

分組執掌(1)

組長(桌長，主持人)

(與組員討論後)

決定發言順序、90s共同說帖、心智圖骨架、90s心智圖報告說帖



分組執掌(2)

副組長

對外發言人(90s共同說帖、90s心智圖報告說帖)



分組執掌(3)

紀錄組

全程記錄(行動載具、紙、筆、粉蠟筆...)



分組執掌(4)

設備組(收發、算金幣)

全開壁報紙一張、粉蠟筆一盒、跑桌後聽 $n-1$ 組講解，則金幣每人 $2(n-1)$ 枚、大張撲克牌一張



分組執掌(5)

美編組

九宮格繪製、心智圖繪製



分組執掌(6)

心得報告組

彙編數學咖啡館心得報告(圖、文、影音)



步驟三、發想組內共同教法

步驟四、教法演練與上傳教學影片



二、團隊教學(達)

4. 跑桌

實施課程

video 第一組：第1題 video 第二組：第2題 video 第三組：第3題

video 第四組：第4題 video 第五組：第5題 video 第六組：第6題

影片上傳 學習社群

步驟五、跑桌

4. 團隊教學

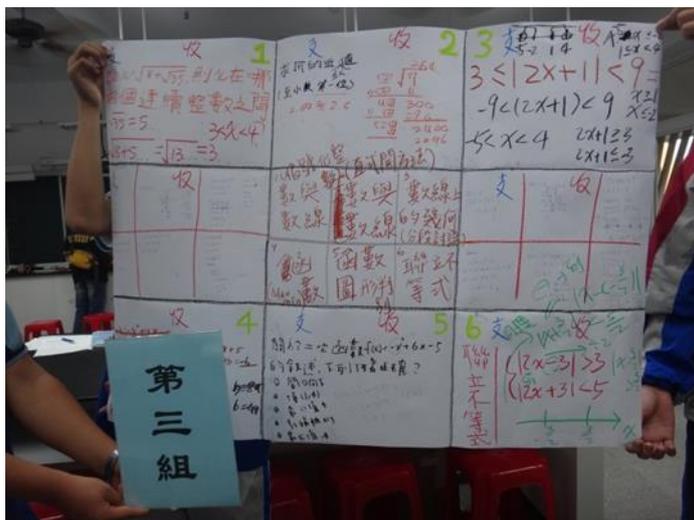
實施課程

第一組：1~6題 第二組：1~6題 第三組：1~6題

第四組：1~6題 第五組：1~6題 第六組：1~6題

任務完成 驗收成效 分配金幣

步驟六、各組題目複製到九宮格



步驟七、團隊教學(組間教學)

步驟八、收斂觀念

三、 驗收與統整(達)

統整驗收、拼圖產出心智圖

活動四：驗收及觀念統整

- 老師用傳統講述法統整(活動一)到(活動三)
- 驗收被教者上台，如果表達清楚，教學者可再得 10 枚(老師付費)
- 教學一題，最高可得 20 枚金幣(團隊教學 10 枚、驗收再 10 枚)

驗收(加入輔導策略?)

拼圖產出心智圖

步驟九、產出心智圖



活動四：驗收及觀念統整

1. 老師用傳統講述法統整(活動一)到(活動三)

2. 驗收被教者上台，如果表達清楚，教學者可再得 10 枚(老師付費)
3. 教學一題，最高可得 20 枚金幣(團隊教學 10 枚、驗收再 10 枚)

活動五：產出心智圖後進行心智圖報告



教學活動成果

質化研究 - 學生意見

具體實踐

楊天、歐亞、洪浩、潘命、黃曉、潘仰
Ena、黎榮、劉得、呂權、楊樂、家瑩

GG Cafe

枯燥的數學變有趣

用分工合作的方式學數學

可以增進感情...自己要贏過36個人可能很難，但是如果你是全班一起進步得到好成績那就收穫很大。(家瑩)

互動更加熱絡 (潘仰、潘仰)

真是太不可思議了 (家瑩)

學數學變得有效率

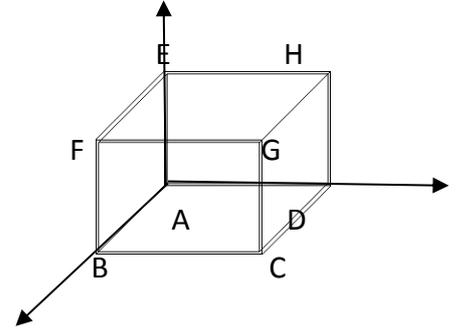
學數學好記、好玩的好方法

歐亞、楊天、黎榮、潘命、Ena、楊樂、家瑩

(附件二、高中數學課本第四冊空間幾何六大任務)

空間中的平面與直線

六大任務



任務一

$$\overrightarrow{AG} =$$

$$|\overrightarrow{AG}| =$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} =$$

$$\overrightarrow{CG} - \overrightarrow{CA} =$$

$$\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{CH} =$$

$$\overrightarrow{CF} \times \overrightarrow{CH} =$$

$$\overrightarrow{CF} \perp \overrightarrow{CH}?$$

$$\overrightarrow{CF} \parallel \overrightarrow{CH}?$$

$$\overrightarrow{CF} \times \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AG}?$$

$$\Delta CFH =$$

$$\overrightarrow{CF}, \overrightarrow{CH}, \overrightarrow{CG} \text{ 平行六面體體積} =$$

$$G - CFH \text{ 體積} =$$

$$K \in \overline{FH}, \overline{FK} : \overline{KH} = 1:2, \overrightarrow{CK} = \alpha \overrightarrow{CF} + \beta \overrightarrow{CH}, (\alpha, \beta) =$$



任務二

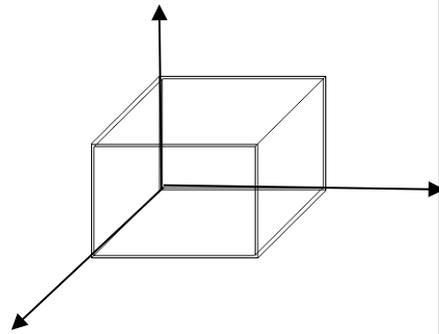
平面方程式

(點向式)

$$E_1 = CFH:$$

(截距式)

$$E_2 = BED:$$



點與面

P(2/3, 2/3, 2/3) 與 E_1 的關係

$$\overline{GE_1} =$$

$$\overline{AE_2} =$$

$$\overline{GE_1} - \overline{AE_2} =$$

$$\overline{E_1E_2} =$$

面與面

$$E_3 = AGE$$

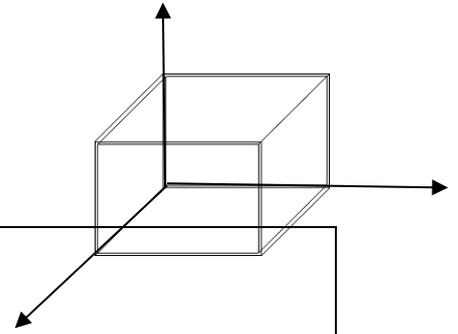
$$E_4 = AGF$$

E_3, E_4 兩面角 θ , $\cos \theta =$

E_3, E_4 交線參數式

任務三

空間中直線表示法



$$L_1 = \overleftrightarrow{AG}$$

- (1) 比例式
- (2) 參數式
- (3) 兩面式

對稱點

點與平面

G 對平面 CFH

- (1) 投影點
- (2) 對稱點

點與直線

F 對直線 AG

- (1) 投影點
- (2) 對稱點

線與平面

直線 AG 與平面 CFH

直線 FH 與平面 CFH

直線 FH 與平面 BED

任務四

兩直線

重合

L1: 過 $P(2/3, 2/3, 2/3)$ 垂直平面 CFH 的直線

\overleftrightarrow{AG}

平行

L2: 過 $D(0, 1, 0)$ 垂直平面 CFH 的直線

\overleftrightarrow{AG}

交一點

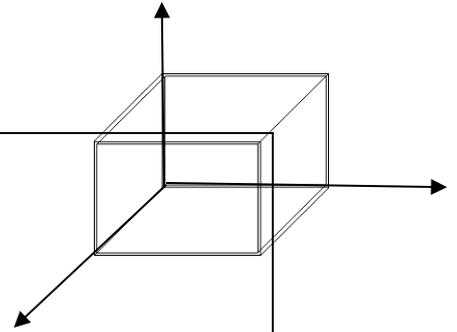
\overleftrightarrow{BH}

\overleftrightarrow{AG}

歪斜

\overleftrightarrow{BD}

\overleftrightarrow{FG}



任務五

(1) 不共線三點

平面 CFH

(2) 兩相交直線

CF, CH

(3) 一線及線外一點

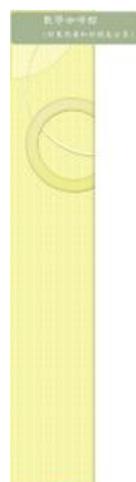
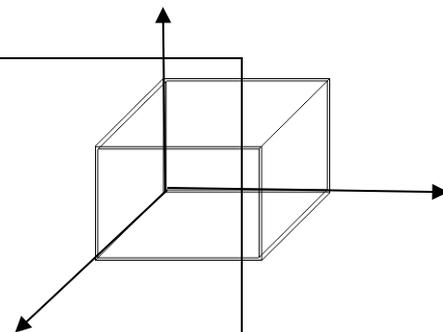
$H(0,1,1)$; \overrightarrow{CF}

(4) 兩平行線

$L_2: D(0,1,0)$ 且垂直平面 CFH 的直線

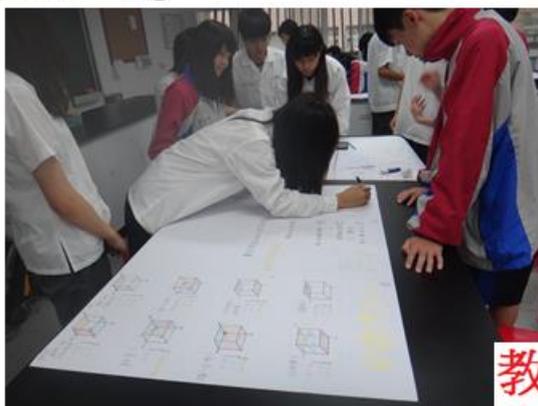
\overrightarrow{AG}

(5) 包含 \overrightarrow{BD} 且平行 \overrightarrow{FG} 的平面方程式



任務六 方程組(三平面關係)

b4c1c2c3.1 教學影片 1# 組



低級打邊爐三國數學雜誌三

教室
教學

(附件三、高中數學課本第二冊數列級數六大任務)

(一) 後-前= _____

[數列]

$a_1 = 8$ (a_1 代表下方最左圖白色格子數)

$a_2 - a_1 = 5$ (a_2 代表下方第二圖白色格子數)

$a_3 - a_2 = ?$

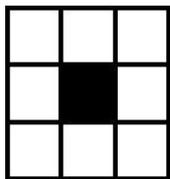
$a_4 - a_3 = ?$

$a_5 - a_4 = ?$

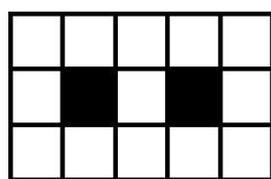
$a_5 = ?$

(任務一) 用黑、白兩種顏色的正方形地磚

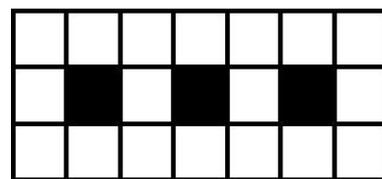
依照如下的規律拼成若干圖形：



第 1 個

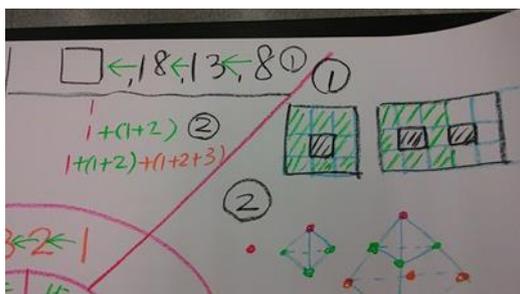


第 2 個



第 3 個

第 5 個圖比第 4 個圖多 _____ 塊白色地磚。



(二) 後項-前項=找規律[堆橘子]

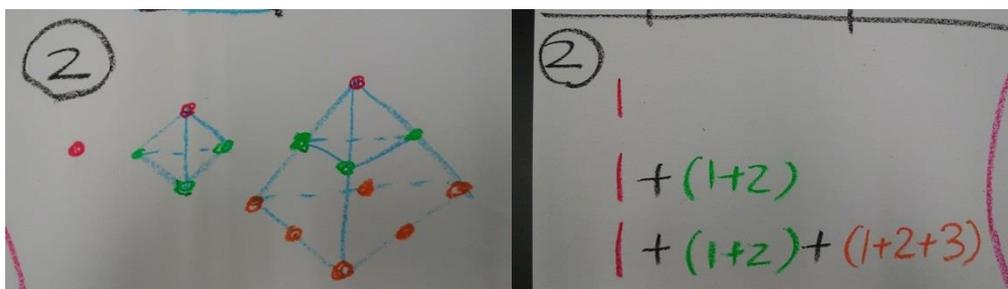
$$a_1 = 1 + (1 + 2)$$

$$a_2 - a_1 = 1 + 2 + 3$$

$$a_3 - a_2 = ?$$

$$a_4 - a_3 = ?$$

$$a_5 - a_4 = ?$$



(任務二)

1 單位長的不銹鋼條焊接如附圖系列的四面體鐵架，圖中的小圈圈「。」

表示焊接點，圖 E_1 有兩層共 4 個焊接點，圖 E_2 有三層共 10 個焊

接點，圖 E_3 有四層共 20 個焊接點。試問依此規律，推算圖 E_5 比

E_4 多幾個焊接點？答：_____個。

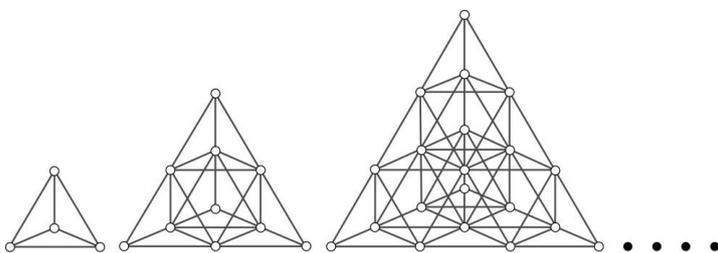


圖 E_1

圖 E_2

圖 E_3

(三) 後項-前項=規律數

$$a_1 = 1 = 1^2$$

$$a_2 - a_1 = 1 + 2 + 1 = 2^2$$

$$a_3 - a_2 = 1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3^2$$

$$a_4 - a_3 = ?$$

$$a_5 - a_4 = ?$$

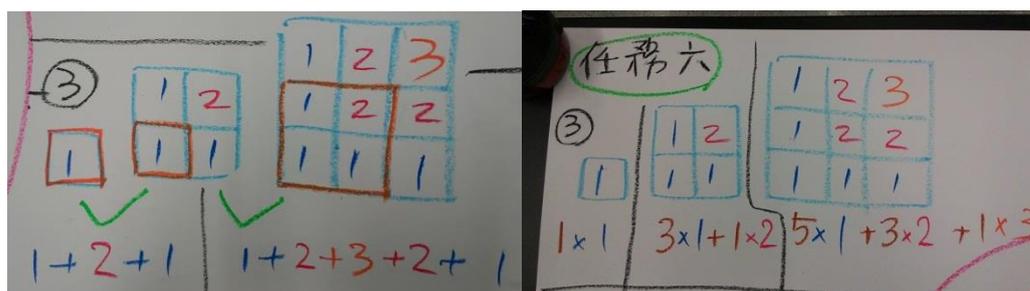
(任務三)

觀察下列 3×3 與 4×4 方格中的數字規律：

1	2	3
1	2	2
1	1	1

1	2	3	4
1	2	3	3
1	2	2	2
1	1	1	1

如果在 5×5 的數字之總和減去 4×4 的數字之總和為_____。



(四) 前 n 項 - 前 (n-1) 項 = 第 n 項

$$S_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

$$S_5 - S_4 = ?$$

(任務四)

$$S_1 = a_1 = 1$$

$$S_2 - S_1 = 2$$

$$S_3 - S_2 = 4$$

$$S_4 - S_3 = 8$$

$$S_5 - S_4 = 16$$

$$\text{第六項 } a_6 = ?$$

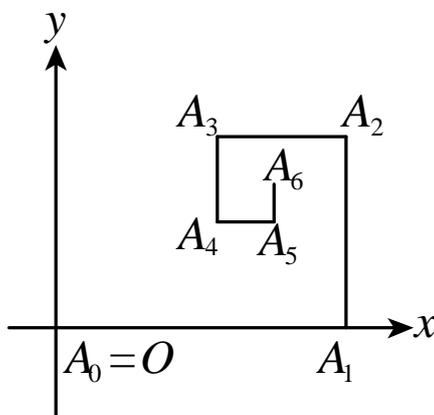
(五) 後項/前項= _____

[數列]

1, 2, 4, 8, 16, 32, ...

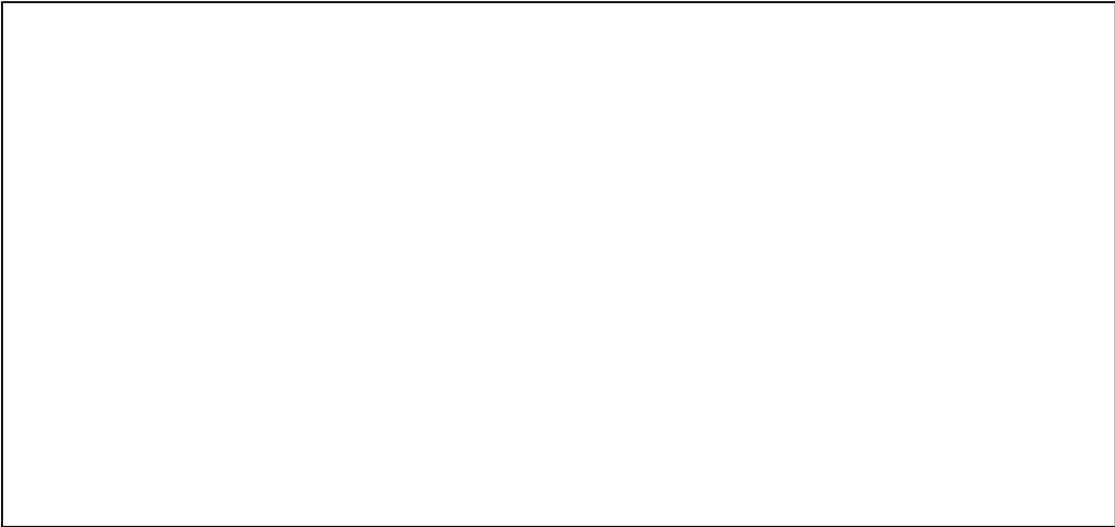
後項/前項= _____

(任務五) 如圖中各線段均為水平或鉛直線段， $\overline{A_0A_1} = 1$ ，且 $\overline{A_nA_{n+1}} = \frac{2}{3} \overline{A_{n-1}A_n}$ ，則 $\overline{A_5A_6}$ 的線段



長度為 _____

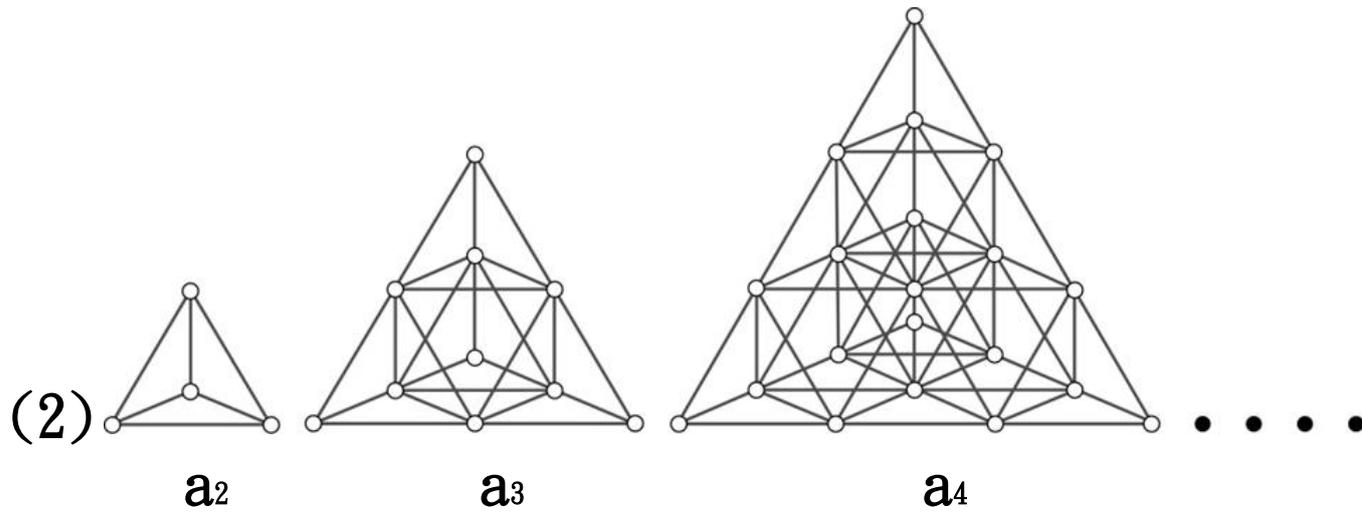
(六) [歸納法]



(任務六)

(1) 8, 13, 18, x , ...

$x=?$



$$a_2 = 1 + (1+2)$$

$$a_3 = 1 + (1+2) + (1+2+3)$$

$$a_4 =$$

(3)

1

1

1	2
1	1

$$1 \times 2 + 3 \times 1$$

1	2	3
1	2	2
1	1	1

1	2	3	4
1	2	3	3
1	2	2	2
1	1	1	1

$$1 \times 3 + 3 \times 2 + 5 \times 1 \quad \underline{4 \times 4 \text{ 方格的數字之總和=?}}$$

(4) 1, 2, 4, x, ... x=?

(5)

$$1+2 = \frac{2 \times (2+1)}{2}$$

$$1+2+3 = \frac{3 \times (3+1)}{2}$$

$$1+2+3+\dots+10=?$$

Handwritten notes on a piece of paper, featuring a central circular diagram and various mathematical examples and formulas.

Central Diagram: A circle divided into four quadrants with the text "等差級數" (Arithmetic Progression) and "等比級數" (Geometric Progression) in the center. The quadrants are labeled: 歸納 (Induction) in the top-left, 後 (After) in the top-right, 前 (Before) in the bottom-left, and 遞 (Recursion) in the bottom-right. The word "(迴遊)" (Circular) is written at the bottom of the circle.

Top Left: "任務六" (Task 6). Shows a 3x3 grid with numbers 1, 2, 3. Below it, calculations: 1×1 , $3 \times 1 + 1 \times 2$, $5 \times 1 + 3 \times 2 + 1 \times 3$.

Top Right: A square with a diagonal line and numbers 1, 2, 3. Below it, calculations: $1 + (1+2)$, $1 + (1+2) + (1+2+3)$.

Middle Left: A sequence: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow \dots$. Below it, calculations: $1 + (1+2)$, $1 + (1+2) + (1+2+3)$.

Middle Right: A diagram of a square with a diagonal line and numbers 1, 2, 3. Below it, calculations: $1+2+1$, $1+2+3+2+1$.

Bottom Left: A 3x3 grid with numbers 1, 2, 3. Below it, calculations: $2+1=3$, $1+2+3$.

Bottom Center: A sequence: $1, 2, 4, 8, 16$. Below it, calculations: $\frac{\text{後}}{\text{前}} = 2, 2, 2, 2$.

Bottom Right: Formulas: $S_5 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$, $S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$, $S_5 - S_4 = a_5$.